

A mintavételezés elmélete

A modern rezgésdiagnosztikai műszerek digitális jelfeldolgozást alkalmaznak. Ahhoz, hogy egy jelet digitális eszközökkel fel lehessen dolgozni, először mintavételezni kell azt, majd egy megfelelő áramkörrel számjegyekké kell a vett mintát alakítani. E dolgozat a mintavételezésről szól.

A mintavételezéshez, mint eljáráshoz csak akkor fordulunk, ha arra valamilyen ok kényszerít (tulajdonképpen mindennel így vagyunk).

A mintavételezést indokolhatja:

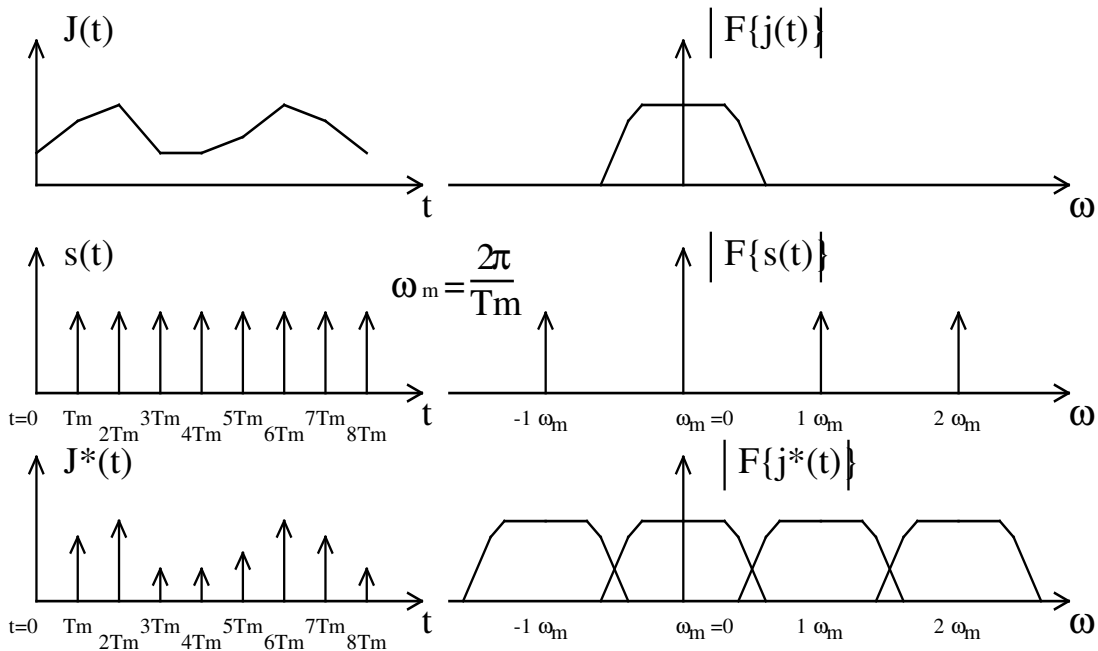
- Ha a mérés hatással van a mérendő folyamatra, így a cél a csak időszakos behatás elérése.
- Roncsoló (destruktív) mérési eljárás esetén, ha nem mintavételezünk, akkor nem marad ép mérendő objektum.
- Ha egy műszerre sok helyről származó mérendő mennyiség meghatározását akarjuk bízni, a multiplexelés módszerét alkalmazzuk, ami olyan mintavételezés, ahol az egymás után következő minták más-, más forrásokból származnak.
- Az analóg-digitális átalakítók kivétel nélkül szakaszos működésűek, tehát mintavételeznek.
- Digitális adatgyűjtés, tárolás, feldolgozás, továbbítás, megjelenítés is mintavételezéssel jár

A mintavételezésnek is mint oly sok mindennek többféle típusa ismeretes ezek:

- Amikor állandó időközönként mintavételezünk.
- amikor a mintavételezési időköz véletlenszerűen változik.
- Amikor a mintavételezési időköz valamilyen függvény szerint változik.

A matematikai mintavételezés

A matematikai mintavételezés, ennek az eljárásnak az idealizált változata, azt foglalja magába, hogy a mintavétel folyamatának időtartama 0. Ez azt jelenti, hogy a mintavételezendő jelet dirac impulzusok sorozatával szorozzuk. A következő ábrán mutatom be:



Az ábra felső sora a mintavételezni kívánt jelet mutatja, és annak fourier transzformáltját, azaz spektrumát.

A következő sor a mintavételező jelet, és annak spektrumát mutatja.

$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT_m)$$

$s(t)$ spektrumának az az érdekes tulajdonsága, hogy az egyes spektrumvonalak mind $\frac{1}{T_m}$ nagyságúak, függetlenül a frekvenciától.

Az alsó sorban a mintavételezés során keletkező jelet és spektrumot látjuk. A jel egyenlete:

$$J^*(t) = \sum_{t=-\infty}^{+\infty} s(t)J(t)$$

Ennek a jelnek a spektrumára az jellemző, hogy az eredeti spektrumot ismétli meg ω_m periodicitással. Ebből két nagyon fontos dolog következik:

- a mintavételezett jel végtelen sáv szélességű
- ha az eredeti jelet spektruma tartalmazott olyan összetevőket, amelyek $\frac{\omega_m}{2}$ -nél nagyobb frekvenciájúak voltak, akkor azok, most

egymásra lapolódnak, és összegződnek. Ezeket többet nem lehet elkülöníteni, hogy az alacsonyabb frekvenciasávú spektrum felső végéből, vagy a felette elhelyezkedőnek az alsó végéből származnak.

Ha a jelet úgy akarjuk mintavételezni, hogy az visszaállítható legyen, akkor ezt az átlapolódást meg kell szüntetnünk. Erről szól a mintavételezés I. tétele amely Shanon és Nyquist tétel néven is ismeretes. (Egymástól függetlenül foglalkoztak a témával.) A tétel kimondja, hogy a visszaállíthatóság feltétele, hogy $\omega_m > \omega_{\max}$ ahol ω_m a mintavételi körfrekvencia, ω_{\max} alapsávi jeleknél a mintavételezendő jel maximális frekvenciája, különben a sávszélesség.

Természetesen a fent említett visszalapolódás nem csak az egymás melletti spektrumcsomagokból származhat, hanem jóval távolabbról is. Azok az összetevők, amelyek ω_m páratlanszorosával feljebbről érkeznek, tükrözéssel transzformálódnak vissza, amelyek ω_m páros számú sokszorosával feljebbről, azok eltolással.

Az analóg mintavételező oszcilloszkópoknál megtalálható ekvivalens idejű mintavételezés pontosan ezt a visszalapolódási jelenséget használja ki.

Sokszor viszont ez a visszalapolódás zavaró (pl amikor 96dB jel-zaj viszony mellett kell mintavételezni hifi felvételhez a CD-re kerülő műsort) ki kell szűrniük a nem kívánatos felharmonikusokat. Erre szolgál az antialiasing -azaz átlapolódásmentesítő szűrő, ami egy aluláteresztő szűrő.

A mintavételezett jel spektrumából látszik, hogy az teljes egészében tartalmazza az eredeti jel spektrumát azon a helyen is ahol az volt. Ebből az következik, hogy a visszaállításhoz nem kell mást tennünk, mint ezeket az összetevőket kiválasztani a jelcsomagból.

Ez az idealizált esetben annyit jelent, hogy a jelet át kell vinnünk egy ideális aluláteresztő szűrőn.

A mintavételezés II. tétele kimondja tehát, hogy az első tétel szerint végzett mintavételezésnél a jel helyreállítása abból áll, hogy a jelet egy $\frac{\omega_m}{2}$ határ-frekvenciájú ideális aluláteresztő szűrőn vezetjük át.

A mintavételezés fizikai korlátai

A matematikai mintavételezéshez jó néhány ideális eszközre lenne szükségünk, amelyek csupán fikciók.

A valóságban nem tudunk előállítani dirac-impulzussorozatot, aminek következtében nem lesz az $s(t)$ jelünk spektruma egyenletes,

és végtelen. A valóságban valamilyen nagyon rövid ideig tartó impulussal mintavételezünk, aminek a spektrumát egy

$$\frac{\sin\left(\frac{\omega}{\omega_m} \pi \frac{T_i}{T_m}\right)}{\frac{\omega}{\omega_m} \pi \frac{T_i}{T_m}} = \frac{\sin(x)}{x}$$

burkológörbe borítja, ahol $\frac{T_i}{T_m}$ az impulzus

kitöltési tényezője. Ennek ellenére a mintavételezés I. tétele igaz marad, csupán a mintavételezett jel a lineáris torzításhoz hasonló torzulást szenved. Ennek ellensúlyozására szoktak olyan szűrőt alkalmazni, amelynek az áteresztő tartományában a karakterisztikája az előbbi függvény inverzét közelíti.

A jelhelyreállításhoz ideális aluláteresztő szűrőt kellene használnunk, amit lineáris fázismenet, és az áteresztő tartományban konstans átviteli tényező jellemez. A zárási tartományba való átmenete pedig végtelen meredekségű. - Ilyet sem tudunk beszerezni. A probléma úgy kerülhető meg, hogy a mintavételezéskor hagyunk helyet a szűrő karakterisztikájának nemlineáris, és nem végtelen meredekségű szakaszának. Ez a túlmintavételezés. Vagyis, az I. tétel szerint szükséges mintavételezési frekvenciának a többszörösével mintavételezünk, így a szomszédos spektrumösszetevők között marad hely a szűrőnek is.

A jel helyreállításakor különböző közelítéseket alkalmaznak, amelyek azonos hiba mellett más-más túlmintavételezést igényelnek.

A nulladfokú közelítés, az egyszerű tartás, az eredményül kapott jel lépcsőzetesen követi a mintákat, mindig a lépcső eleje van mintaértéken. 5%-os hiba mellett 250-szeres túlmintavételezést igényel.

Az első fokú közelítés a szomszédos mintaértékeket köti össze egy egyenessel. Ehhez az eljáráshoz szintén 5% hiba eléréséhez már csak 50-szeres túlmintavételezés szükséges.

A foksám növelésével tovább lehet a szükséges túlmintavételezést csökkenteni (a harmadfokú már parabolával közelít 3 pontra), de ez a helyreállító áramkör bonyolódásával jár együtt.



Herczeg Zsolt
Energopenta Kft.
2008.